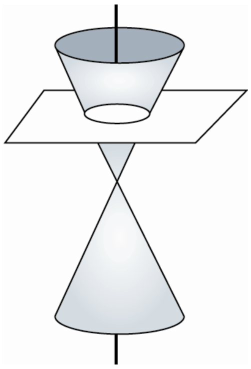
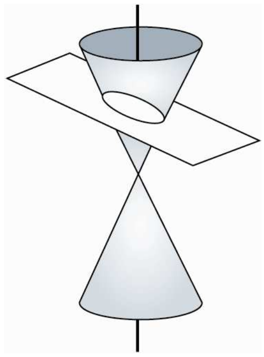
KONİKLER

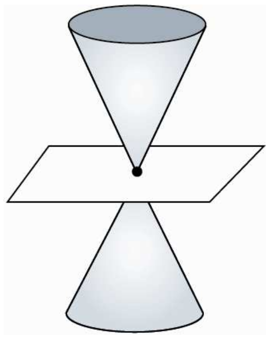
Bir dik koni ile bir düzlemin değişik açılarda kesişmesi ile oluşan arakesite *KONİK* denir.



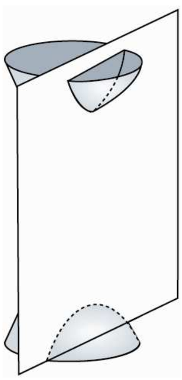
ÇEMBER



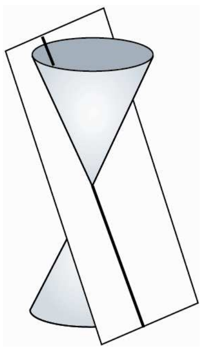
ELİPS



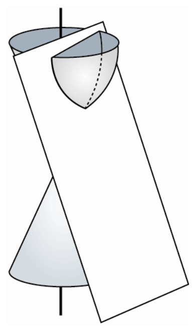
NOKTA



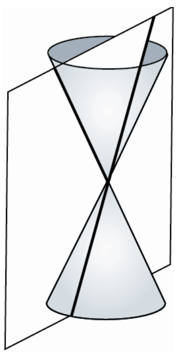
HİPERBOL



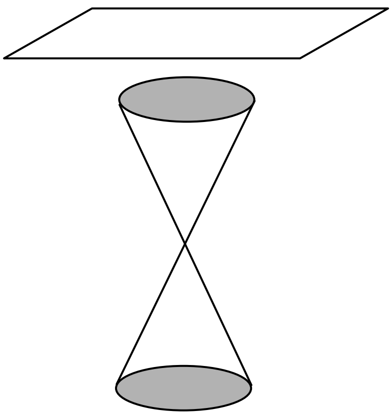
ÇAKIŞIK İKİ DOĞRU



PARABOL



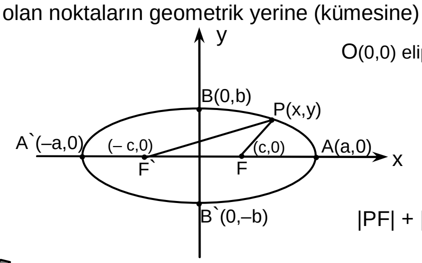
KESİŞEN İKİ DOĞRU



BOŞ KÜME

MERKEZİL ELİPS

TANIM: Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yerine (kümesine) **elips** denir.

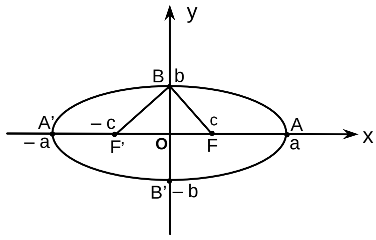


O(0,0) elipsin merkezi

|PF| + |PF`| = 2a

- A,A`,B,B` elipsin köşeleri
- F,F`: elipsin odakları
- [AA`]: elipsin asal ekseni (büyük eksen)
- [BB`]: elipsin yedek ekseni (küçük eksen)
- |AA`| = 2a elipsin asal eksen uzunluğu
- |BB`| = 2b elipsin yedek eksen uzunluğu
- |FF`| = 2c elipsin odaklar arası uzaklığı

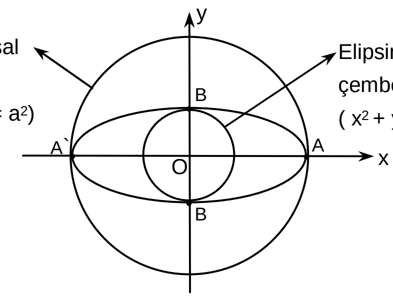
P noktasını özel olarak B noktasına getirelim:



|BF| + |BF`| = 2a olduğundan |BF| = a dır.
BOF dik üçgeninde pisagor bağıntısı ile $b^2 + c^2 = a^2$ elde edilir.

ELİPSİN ÇEMBERLERİ

Elipsin asal çemberi ($x^2 + y^2 = a^2$)

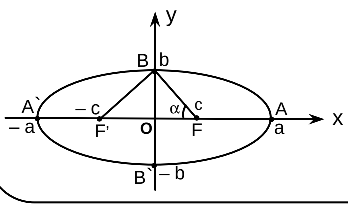


Elipsin yedek çemberi ($x^2 + y^2 = b^2$)

***NOT:** Merkezi odaklardan biri ve yarıçapı 2a olan çembere doğrultman çemberi denir.

ELİPSİN DIŞ MERKEZLİĞİ

Bir elipsin odakları arasındaki uzaklığın, elipsin asal ekseninin uzunluğuna oranına elipsin dış merkezliği denir.



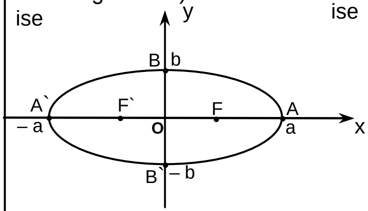
e = cosα ya elipsin dış merkezliği denir.

$$e = \frac{c}{a} = \cos\alpha$$

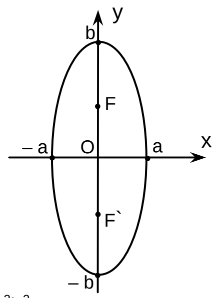
$$e = \frac{c}{a} < 1 \text{ dir. } e < 1$$

ELİPSİN DENKLEMİ

Asal eksen (odakların bulunduğu eksen) x ekseni ise



Asal eksen (odakların bulunduğu eksen) y ekseni ise



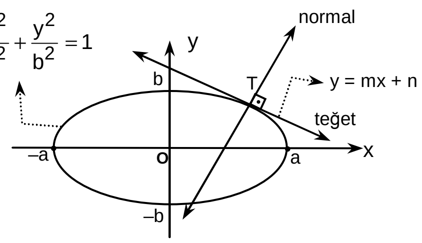
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ya da } x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$$

Elips ile bir doğrunun birbirine göre durumu

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi ile y = mx + n doğruları verilsin

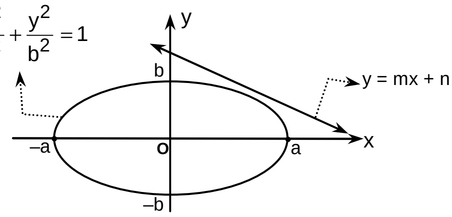
$m^2a^2 + b^2 – n^2 = 0$ ise doğru elipse teğettir.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



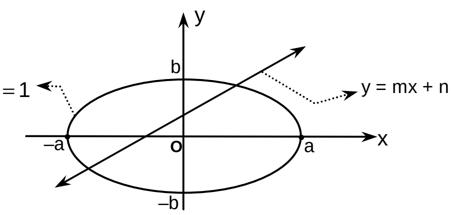
$m^2a^2 + b^2 – n^2 < 0$ ise doğru elipsi kesmez.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$m^2a^2 + b^2 – n^2 > 0$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

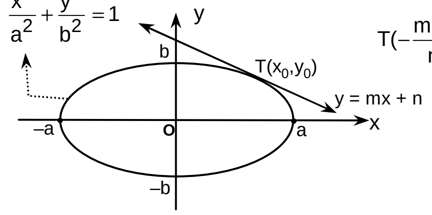


UYARI Teğetlik şartında formül uygulanırken a her zaman x in paydasındaki sayıdır. Elipsin asal ekseninin y ekseni olması bir şeyi değiştirmez.

Teğetin değme noktalarının koordinatları

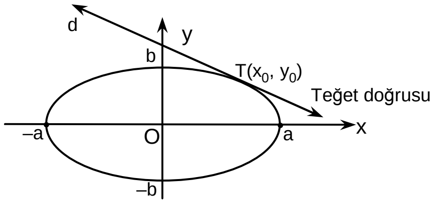
$$x_0 = -\frac{ma^2}{n} \text{ ve } y_0 = \frac{b^2}{n}$$

$$T\left(-\frac{ma^2}{n}, \frac{b^2}{n}\right)$$



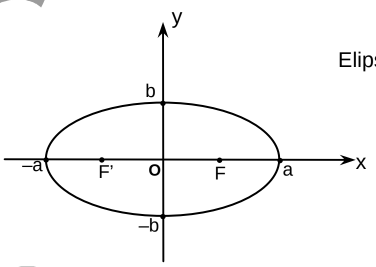
TEĞETİN DENKLEMİ

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsine üzerindeki $T(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;



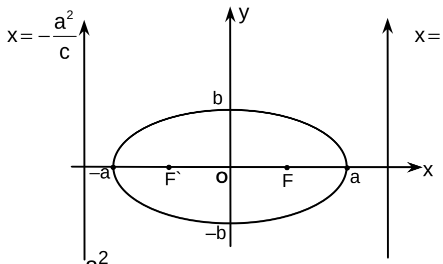
d doğrusunun denklemi $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$

ELİPSİN ALANI



Elipsin alanı = πab

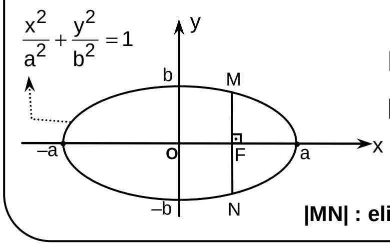
ELİPSİN DOĞRULTMANI



$x=\pm\frac{a^2}{c}$ doğrularına **elipsin doğrultmanları** denir

(Doğrultmana göre de **elips** tanımı yapılabilir…!)

ELİPSİN PARAMETRESİ



$|MF| = |FN| = p$ olsun

$|MN| = 2p = \frac{2b^2}{a}$

|MN| : elipsin parametresi

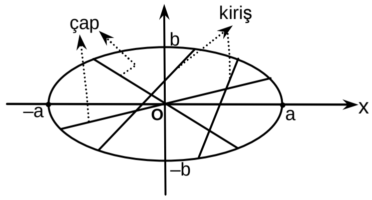
ELİPSİN PARAMETRİK DENKLEMİ

$\left.\begin{array}{l} x = a\cos\alpha \\ y = b\sin\alpha \end{array}\right\}$ olup $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ eşitliğinden $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

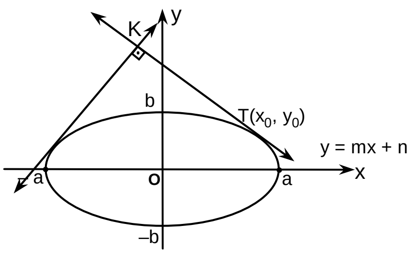
ELİPSİN KİRİŞİ VE ÇAPLARI

- Elips üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçasına elipsin bir **kirişi** denir.
- Elipsin merkezinden geçen herhangi bir kirişine de elipsin bir **çapı** denir.

Sonuç olarak : Elipsin sonsuz sayıda kiriş ve çapı vardır.



ELİPSİN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ



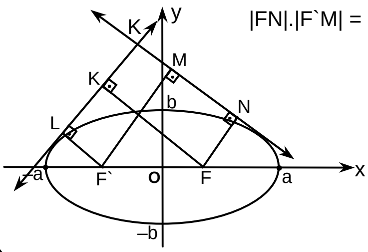
K noktalarının geometrik yeri bir merkezcil çemberdir.

Bir elipsin birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezcil çemberdir. Denklemi de

$x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (buna MONJ çemberi denir.)

TEOREM:

Bir elipsin odaklarından elipsin herhangi bir teğetine olan uzaklıklarının **çarpımları sabittir.**

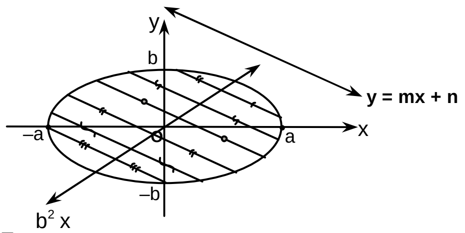


$|FN|.|F`M| = |FK|.|F`L| = ….. = b^2$

TEOREM:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsinin y = mx + n doğrusuna paralel olan kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi:

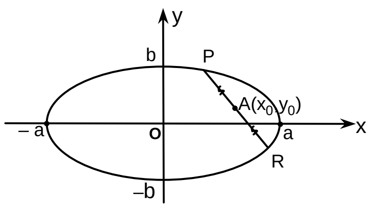
$y=-\frac{b^2x}{a^2m}$ (elipsin bir çapının denklemidir.)



$y=-\frac{b^2x}{a^2m}$

TEOREM:

$A(x_0, y_0)$ noktası $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsinin içinde bir nokta olsun, orta noktası (x_0, y_0) olan kirişin (kirişi taşıyan doğrunun) denklemi:



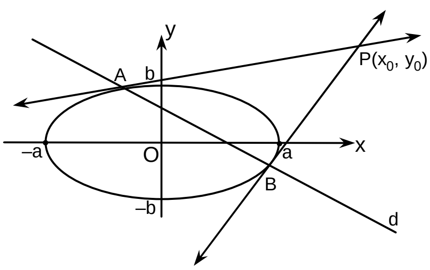
PR doğrusunun denklemi; $\frac{x_0.x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}$

KUTUP DOĞRUSU

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

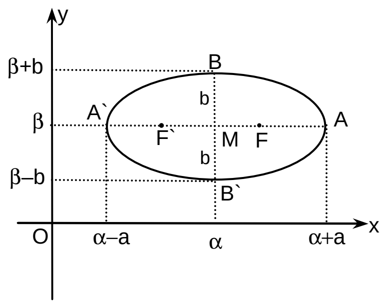
Elipsine dışındaki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetler elipse A ve B noktalarında teğet olsun:

AB doğrusuna elipsin KUTUP DOĞRUSU denir.



d doğrusunun denklemi $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$

MERKEZİL OLMAYAN ELİPSLER



|AA`| = 2a

|BB`| = 2b

|FF`| = 2c

Merkezinin koordinatları M(α , β) olan elipsin denklemi;

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$$

MERKEZİN KOORDİNATLARI: **M(α , β)**

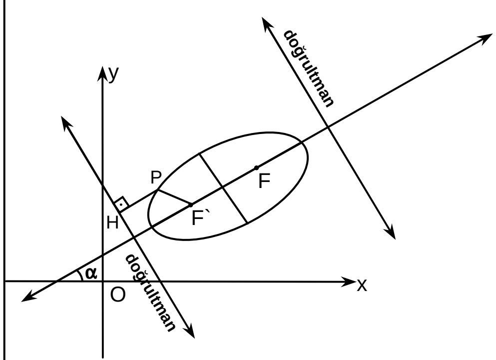
KÖŞELERİN KOORDİNATLARI:		**ODAKLARI;**
A(α + a , β)	A`(α – a , β)	F(α + c , β)
B(α , β + b)	B`(α, β – b)	F`(α – c , β)

KÖŞELERİNİN KOORDİNATLARI TOPLAMI: 4(α + β)

ODAKLARIN KOORDİNATLARI TOPLAMI: 2(α + β)

DÖNDÜRÜLMÜŞ ELİPSLER

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ şeklindeki konik denklemin bir elips denklemi olabileceği genel konik denkleminde bahsedilmişti.



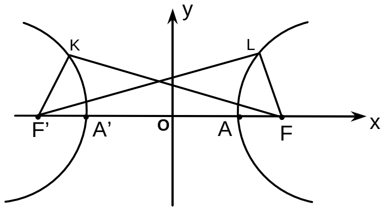
dış merkezlik $e=\frac{|PF'|}{|PH|}$ olup, xy li terim bu eşitlikten gelir.

xy li terimi yok etmek için elipse α derecelik dönme uygulanır.

HİPERBOLÜN ANALİTİK İNCELENMESİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

HİPERBOL

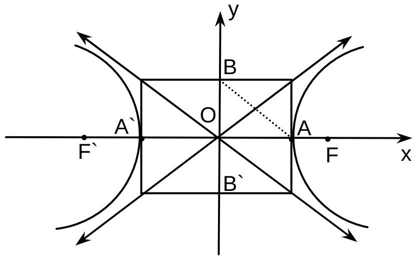
TANIM: Düzlemde sabit iki noktaya olan uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerine **HİPERBOL** denir.



$|KF| - |KF`| = 2a$

$|LF`| - |LF| = 2a$

$|AA`| = 2a$ uzunluğuna hiperbolün asal eksen uzunluğu denir.



A(a, 0)

A`(–a, 0)

B(0, b)

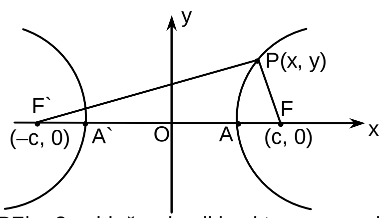
B`(0, –b)

F`(–c, 0)

F(c, 0)

- A(a,0), A`(–a,0) , B(0, b), B`(0, –b) hiperbolün köşeleridir.
- F(c,0), F`(–c,0) noktaları hiperbolün odakları.
- $|AA`| = 2a$ hiperbolün asal eksen uzunluğu.
- $|BB`| = 2b$ hiperbolün yedek eksen uzunluğu.
- $|FF`| = 2c$ hiperbolün odaklar arası uzaklığı.
- $y = \frac{b}{a}x$ ve $y = -\frac{b}{a}x$ asimptotları (hiperbolün standart denkleminde 1 yerine 0 yazarsak elde edilen denklem asimptotların denklemi olur)

HİPERBOLÜN DENKLEMİ



$|PF`| - |PF| = 2a$ olduğundan iki nokta arası uzaklık bağıntısından $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ denklemi elde edilir.

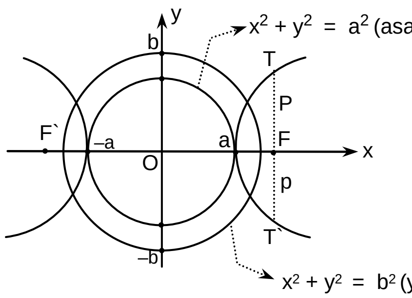
NOT: Odaklar y ekseni üzerinde ise

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ denklemi elde edilir.

$\boxed{\begin{array}{l} x = a\sec\theta \\ y = b\tan\theta \end{array}}$

Parametrik denklem

HİPERBOLÜN ÇEMBERLERİ ve PARAMETRESİ



$x^2 + y^2 = a^2$ (asal çember)

$x^2 + y^2 = b^2$ (yedek çember)

[TT'] hiperbolün parametresi

$|TT| = \frac{2b^2}{a} = 2p$

○ Merkezi odaklardan biri ve yarıçapı 2a olan çembere hiperbolün doğrultman çemberi denir

HİPERBOLÜN DIŞ MERKEZLİĞİ

$e = \text{Hiperbolün dış merkezliği} = \frac{\text{odaklar arası uzaklık}}{\text{köşeler arası uzaklık}} = \frac{c}{a}$ dır.

$e > 1$

HİPERBOLÜN DOĞRULTMANI

$x = \pm\frac{a^2}{c}$ doğrularına **hiperbolün doğrultmanları** denir.

Merkezi hiperbolün odağı(F yada F`), yarıçapı hiperbolün asal eksen uzunluğuna(2a) eşit olan çembere **DOĞRULTMAN ÇEMBERİ** denir.

İKİZKENAR HİPERBOL

Eksen uzunlukları eşit olan (a = b) hiperbollere denir.

Asimptotları y = x ve y = – x doğrularıdır.

Hiperbol ile bir doğrunun birbirine göre durumu

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Hiperbolü ile $y = mx + n$ doğruları verilsin

Elipsteki teğet olma koşulu olan $a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$ denkleminde b^2 yerine $-b^2$ yazarsak hiperbol için teğet olma şartı olan $n^2 + b^2 - a^2m^2 = 0$ denklemi elde edilmiş olur……:)

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 = 0$ ise doğru hiperbole teğet

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 > 0$ ise doğru hiperbolü farklı iki noktada keser. Kesim noktasının koordinatları ortak çözüm ile bulunur.

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 < 0$ ise doğru hiperbolü kesmez.

TEĞETİN DENKLEMİ

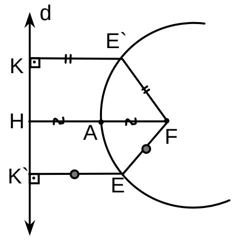
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Hiperbolü üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi; $d: ....\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$

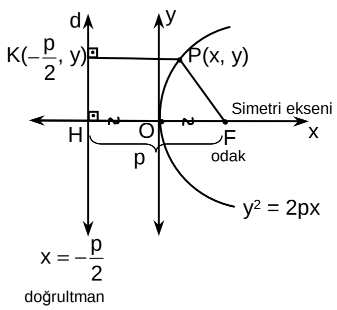
TANIM: Düzlemde sabit bir d doğrusu ve d doğrusu üzerinde bulunmayan sabit bir F noktası verilmiş olsun. d doğrusuna uzaklığı, F noktasına uzaklığına eşit olan noktaların geometrik yerine **PARABOL** denir.

d; parabolün doğrultmanı
FH; parabolün simetri ekseni
|FH|; parabolün parametresi
A; parabolün köşesi(tepe noktası)

$e = \frac{|EF|}{|EK|} = 1$ (dış merkezlik)



PARABOLÜN DENKLEMİ

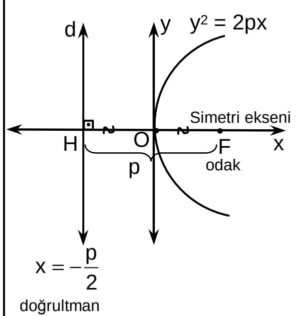


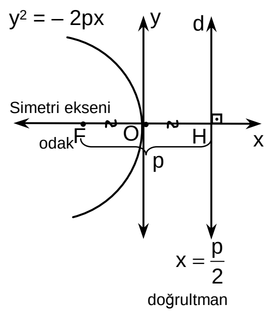
$F(\frac{p}{2}, 0)$

$H(-\frac{p}{2}, 0)$

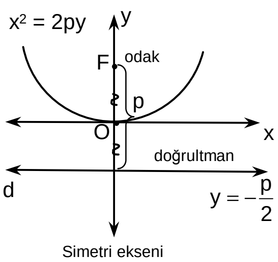
|PF| = |PK| eşitliğinden $y^2 = 2px$ denklemi elde edilir.

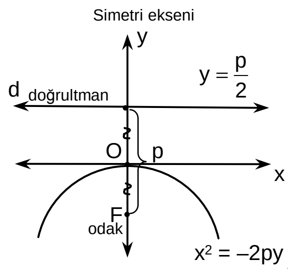
Odak OX ekseni üzerinde ise ;





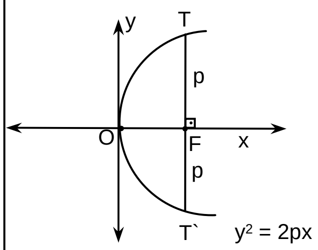
Odak OY ekseni üzerinde ise;





PARABOLÜN PARAMETRESİ

Parabolün odağından simetri eksenine dik çizilen kirişin uzunluğuna **PARABOLÜN PARAMETRESİ** denir.



[TT`] parabolün parametresi

|TT| = 2p

PARABOL İLE BİR DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU

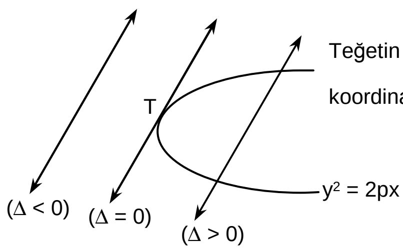
$y^2 = 2px$ **parabolü ile y = mx + n doğruları verilsin**

$\Delta = p(p - 2mn)$

$p(p - 2mn) = 0$ ise doğru parabole teğettir.

$p(p - 2mn) < 0$ ise doğru parabolü kesmez.

$p(p - 2mn) > 0$ ise doğru parabolü farklı iki noktada keser.



Teğetin değme noktasının koordinatları; $T(\frac{n}{m}, 2n)$

TEĞETİN DENKLEMİ

$y^2 = 2px$

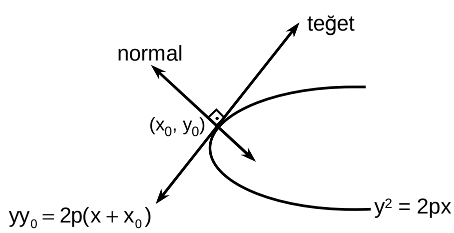
Parabolüne üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi

$$\boxed{y y_0 = p(x + x_0)}$$

Parabolüne üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen normalin denklemi

$$\boxed{y - y_0 = -\frac{y_0}{p}(x - x_0)}$$

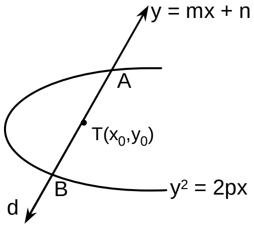
NOT: Teğet ve normal denklemleri türevle de kolayca bulunabilir……☺)



Orta noktası verilen kirişi taşıyan doğrunun eğimi

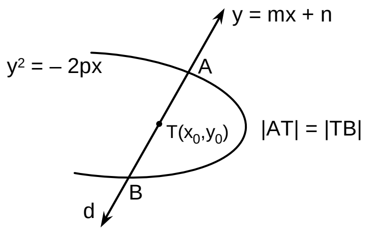
1. DURUM

$|AT| = |TB|$



d doğrusunun eğimi; $m = \frac{p}{y_0}$

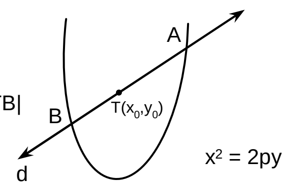
2. DURUM



d doğrusunun eğimi; $m = -\frac{p}{y_0}$

3. DURUM

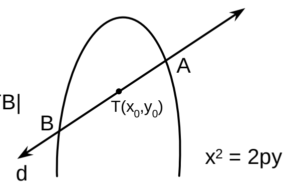
$|AT| = |TB|$



d doğrusunun eğimi; $m = \frac{x_0}{p}$

4. DURUM

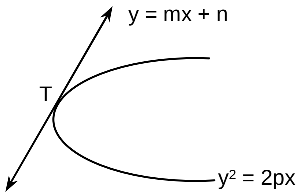
$|AT| = |TB|$



d doğrusunun eğimi; $m = -\frac{x_0}{p}$

Teğet değme noktasının koordinatları

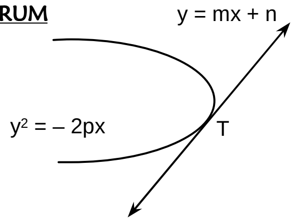
1. DURUM



Teğetin değme noktasının

koordinatları $T(\frac{n}{m}, 2n)$

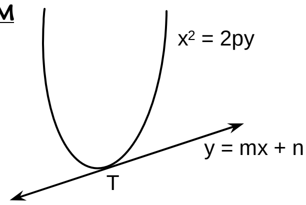
2. DURUM



Teğetin değme noktasının

koordinatları $T(-\frac{n}{m}, -2n)$

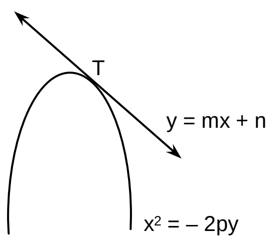
3. DURUM



Teğetin değme noktasının

koordinatları $T(-\frac{2n}{m}, -n)$

4. DURUM

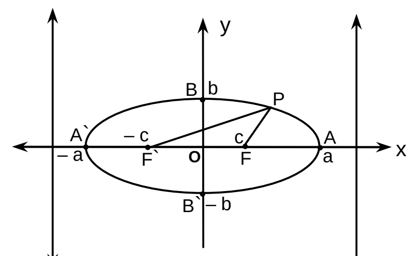


Teğetin değme noktasının

koordinatları $T(\frac{2n}{m}, n)$

KONİKLERİN KARŞILAŞTIRMA TABLOSU -1- (ÜÇÜ BİR ARADA)

ELİPS



$x = -\frac{a^2}{c}$ doğrultman

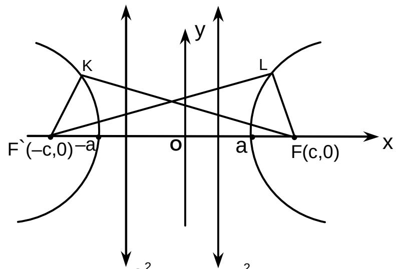
$|PF| + |PF'| = 2a$

$x = \frac{a^2}{c}$ doğrultman

$|AA'| = 2a$ elipsin asal eksen uzunluğu.

$|BB'| = 2b$ elipsin yedek eksen uzunluğu.

HİPERBOL



$x = -\frac{a^2}{c}$ doğrultman

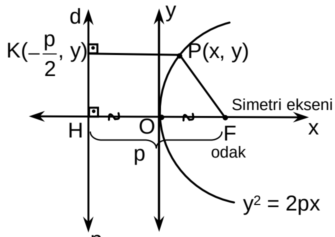
$x = \frac{a^2}{c}$ doğrultman

$|KF| – |KF'| = 2a$

$|LF'| – |LF| = 2a$

$|AA'| = 2a$ uzunluğuna hiperbolün asal eksen uzunluğu denir.

PARABOL



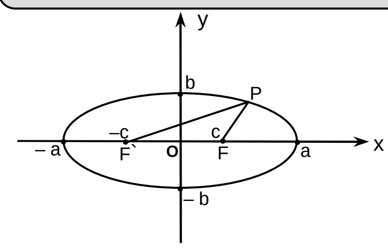
$x = -\frac{p}{2}$ doğrultman

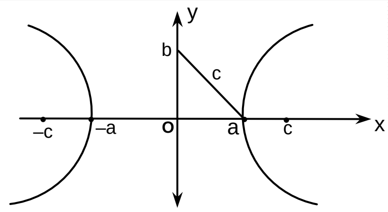
$|PF| = |PK|$

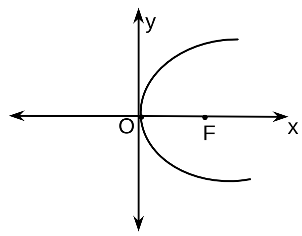
$F(\frac{p}{2}, 0)$ $H(-\frac{p}{2}, 0)$

Elips	Hiperbol	Parabol
$e = \frac{c}{a} < 1$ (dış merkezlik)	$e = \frac{c}{a} > 1$ (dış merkezlik)	$e = \frac{\lvert PF \rvert}{\lvert PK \rvert} = 1$ (dış merkezlik)

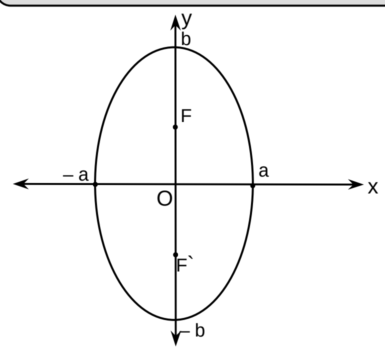
Dış merkezliğe göre de elips, hiperbol, parabol tanımlarının yapılabildiğini unutmayalım...

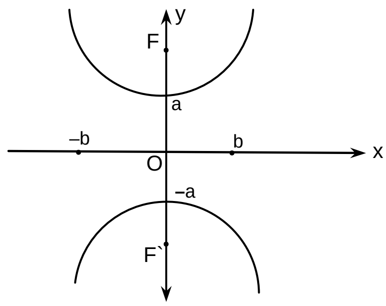


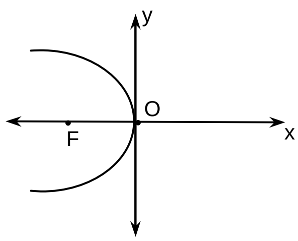




Elips	Hiperbol	Parabol
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 - y^2a^2 = a^2b^2$	$y^2 = 2px$







Elips	Hiperbol	Parabol
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ya da $y^2b^2 - x^2a^2 = a^2b^2$	$y^2 = -2px$
Parametresi: $\frac{2b^2}{a}$ } b: kısa yarı eksen, a: uzun yarı eksen	**Parametresi:** $\frac{2b^2}{a}$	**Parametresi:** p

Elips

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Elipsi ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin

*$m^2a^2 + b^2 – n^2 = 0$ ise doğru elipse teğet

*$m^2a^2 + b^2 – n^2 < 0$ ise doğru elipsi kesmez

*$m^2a^2 + b^2 – n^2 > 0$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser

Hiperbol

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Hiperbolü ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin

*$m^2a^2 – b^2 – n^2 = 0$ ise hiperbol doğruya teğet

*$m^2a^2 – b^2 – n^2 > 0$ ise doğru hiperbolü kesmez

*$m^2a^2 – b^2 – n^2 < 0$ ise doğru hiperbolü farklı iki noktada keser

Parabol

$y^2 = 2px$ Parabolü ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin

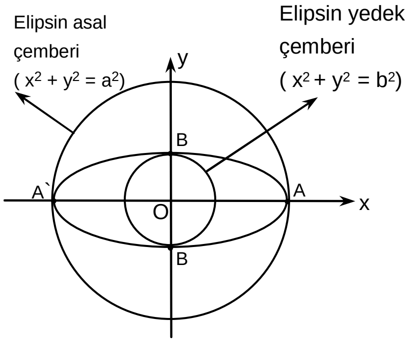
$p(p – 2mn) = 0$ ise doğru parabole teğettir.

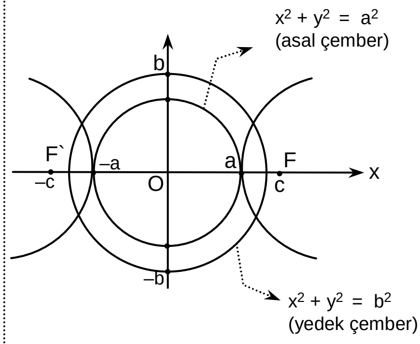
Değme noktası $T(\frac{n}{m}, 2n)$ dir.

$p(p – 2mn) < 0$ ise doğru parabolü kesmez.

$p(p – 2mn) > 0$ ise doğru parabolü farklı iki noktada keser.

KONİKLERİN KARŞILAŞTIRMA TABLOSU -2- (ÜÇÜ BİR ARADA)

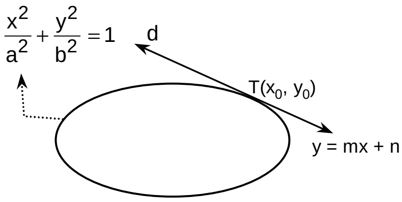




ELİPS	HİPERBOL	PARABOL
***NOT:** asal çember her zaman büyük çemberdir.	***NOT:** asal çember her zaman hiperbolün tepe noktalarından geçer.	***NOT:** parabolün çemberleri <u>**YOKTUR!**</u>
ELİPSİN DOĞRULTMAN ÇEMBERLERİ	**HİPERBOLÜN DOĞRULTMAN ÇEMBERLERİ**	
Merkezi elipsin odağı (F ya da F`) ve yarıçapı elipsin asal eksen uzunluğuna (2a) eşit olan çembere **doğrultman çemberi** denir. <u>**denklemleri:**</u> <u>Asal eksen x ekseni ise</u>: $(x - c)^2 + y^2 = 4a^2$, $(x + c)^2 + y^2 = 4a^2$ <u>Asal eksen y ekseni ise</u>: $x^2 + (y - c)^2 = 4a^2$, $x^2 + (y + c)^2 = 4a^2$	Merkezi hiperbolün odağı (F ya da F`) ve yarıçapı hiperbolün asal eksen uzunluğuna (2a) eşit olan çembere **doğrultman çemberi** denir. <u>**denklemleri:**</u> <u>Asal eksen x ekseni ise</u>: $(x - c)^2 + y^2 = 4a^2$, $(x + c)^2 + y^2 = 4a^2$ <u>Asal eksen y ekseni ise</u>: $x^2 + (y - c)^2 = 4a^2$, $x^2 + (y + c)^2 = 4a^2$	***NOT:** doğrultman çemberleri <u>**YOKTUR!**</u>
ELİPSİN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ	**HİPERBOLÜN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ**	**PARABOLÜN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ**
Bir elipsin birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezcil çemberdir. $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (buna MONJ çemberi denir.)	Bir hiperbolün birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezcil çemberdir. Denklemi $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$	Parabolün dik kesişen teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri parabolün doğrultman doğrusudur
ELİPS OLMA KOŞULU	**HİPERBOL OLMA KOŞULU**	**PARABOL OLMA KOŞULU**
$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta < 0$ ve $A \neq C$ ve $B \neq 0$ ise, denklem elips belirtir. **2 tane doğrultmanı var**	**$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde** $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta > 0$ ve denklem çarpanlarına ayrılamıyorsa hiperbol belirtir. **2 tane doğrultmanı var**	**$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde** $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta = 0$ ve denklem çarpanlarına ayrılamıyor ise parabol belirtir. **1 tane doğrultmanı var**

ELİPS

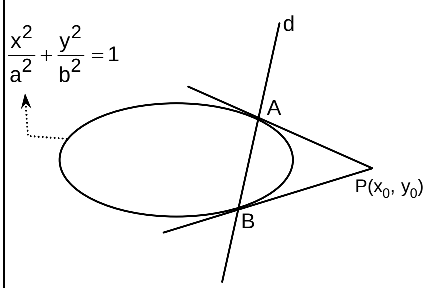
Teğet değme noktasının koordinatları



$x_0=-\frac{ma^2}{n}$ $y_0=\frac{b^2}{n}$ ve

$T(-\frac{ma^2}{n},\frac{b^2}{n})$

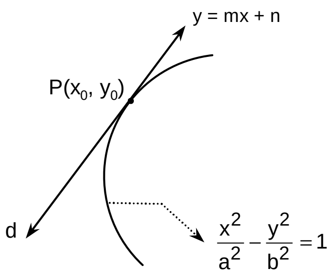
Elipsin değme kirişi (kutup doğrusu)



d; $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$

HİPERBOL

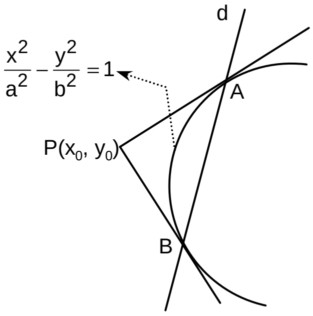
Teğet değme noktasının koordinatları



$x_0=-\frac{ma^2}{n}$ $y_0=-\frac{b^2}{n}$ ve

$T(-\frac{ma^2}{n},-\frac{b^2}{n})$

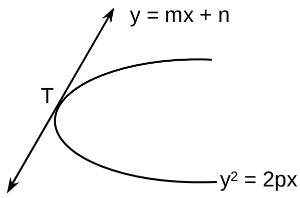
Hiperbolün değme kirişi (kutup doğrusu)



d; $\frac{x_0x}{a^2}-\frac{y_0y}{b^2}=1$

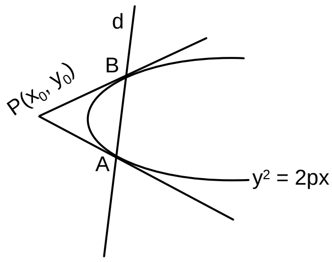
PARABOL

Teğet değme noktasının koordinatları



Teğetin değme noktasının koordinatları $T(\frac{n}{m}, 2n)$

Parabolün değme kirişi(kutup doğrusu)



d; $yy_0 = p(x + x_0)$

GENEL KONİKLERDE TEĞET DENKLEMLERİ

PRATİK BİLGİ; ***$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$***

Denkleminin katsayıların durumuna göre, bir konik üreteci olduğunu biliyoruz. Verilen bu eğriye üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından

çizilen teğetin denklemi:

$$Ax_0x+B(\frac{x_0y+y_0x}{2})+Cy_0y+D(\frac{x+x_0}{2})+E(\frac{y+y_0}{2})+F=0$$

PRATİK BİLGİ; **$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$**

Denklemi ile verilen eğride D ya da E den en az biri sıfırdan farklı ise orijinden bu eğriye çizilen teğetin denklemi:

$Dx + Ey + F = 0$

PRATİK BİLGİ; **$xy = K$** ***(hiperbol)***

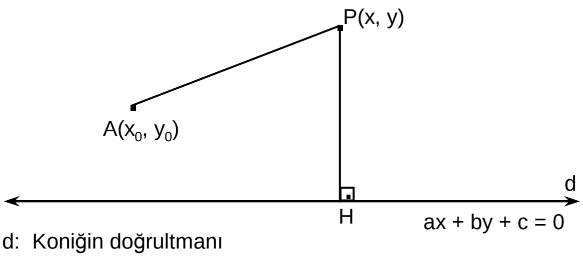
Denklemi ile verilen eğrinin (hiperbolün) üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$\frac{x_0y+y_0x}{2}=K$$

GENEL KONİK DENKLEMİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

GENEL KONİK DENKLEMİ

Düzlemde sabit bir noktaya $A(x_0, y_0)$ ve sabit bir doğruya (d) uzaklıkları oranı (e) sabit olan noktaların (P(x, y)) oluşturduğu şekle konik denir. (ne hoş tanım değil mi ? ………:)



d: Koniğin doğrultmanı

$A(x_0, y_0)$: Koniğin odağı

P(x, y) : Konik üzerindeki değişken nokta.

$\dfrac{|PA|}{|PH|}$ Oranı sabit olup bu orana koniğin dış merkezliği denir.

$e = \dfrac{|PA|}{|PH|}$ (dış merkezlik = koniğin cinsini belirleyen oran)

e < 1 ise P(x, y) noktaları bir **elips** yayı üzerindedir.

e > 1 ise P(x, y) noktaları bir **hiperbol** yayı üzerindedir.

e = 1 ise P(x, y) noktaları bir **parabol** yayı üzerindedir.

$e = \dfrac{|PA|}{|PH|}$

|PA| → İki nokta arası uzaklık

|PH| → Noktanın doğruya olan uzaklığı

$$e = \frac{|PA|}{|PH|} = \frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}}{\dfrac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

Denklem düzenlenir ve gerekli kısaltmalar yapılırsa;

$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$ genel konik denklemi elde edilir.(Biz bu denkleme bir anlamda konik üreteci de diyebiliriz)

İşte bu denklem katsayıların durumuna göre:

elips
hiperbol
parabol
çember
boş küme
paralel iki doğru
kesişen iki doğru
çakışan iki doğru
ya da nokta belirtir.

Bu konikler içerisinde **çember** denkleminde xy li ifade bulunmaz.

Ne ilginç!!!!

Bir düşünelim bakalım nasıl oluyor da bir **elips** denkleminde, bir **hiperbol** denkleminde, bir **parabol** denkleminde xy li bir ifade bulunabiliyor….:)

$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$ **denkleminde**

$\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere;

1.DURUM: $\Delta < 0$ ise denklem elips, çember, nokta, ya da boş küme belirtir .

A = C ve B = 0 ise denklem çember, nokta ya da boş küme belirtir.

$A \neq C$ ve $B \neq 0$ ise denklem elips, nokta ya da boş küme belirtir.

2.DURUM: $\Delta = 0$ ise denklem parabol, paralel iki doğru, çakışık iki doğru ya da boş küme belirtir .

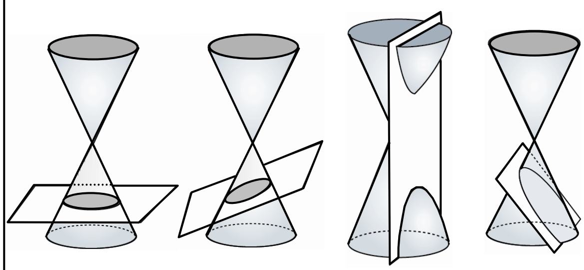
Denklem çarpanlarına ayrılabiliyorsa paralel iki doğru ya da çakışık iki doğru belirtir.

Denklem çarpanlarına ayrılamıyor ise paraboldür.

3.DURUM: $\Delta > 0$ ise denklem hiperbol, ya da kesişen iki doğru belirtir .

Denklem çarpanlarına ayrılabiliyorsa kesişen iki doğru belirtir.

Denklem çarpanlarına ayrılamıyorsa hiperbol belirtir.



ÇEMBER	ELİPS	HİPERBOL	PARABOL
$\Delta < 0$	$\Delta < 0$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$

$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$ genel konik denklemi düzenlendiğinde

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = 0$ şeklinde bir denklem elde ediliyorsa bu denklem sadece (m,n) ikilisi ile sağlanır ki bu da bozulmuş bir elips olan noktayı ifade eder.

$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$ **genel konik denklemi** düzenlendiğinde (k > 0 olmak üzere)

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = -k$ şeklinde bir denklem elde ediliyorsa, bu denklemin çözüm kümesi boş küme olup bu da bozulmuş bir elipstir.

$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$ **genel konik denklemi** düzenlendiğinde $(ax + by + c)^2 = 0$ şeklinde bir denklem elde ediliyorsa, bu denklemin çakışık iki doğru olduğunu gösterir.Diğer durumları siz düşünmeye çalışın…